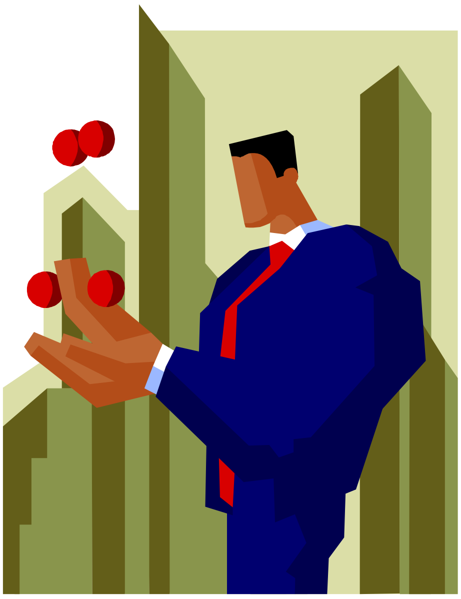
DECISÕES ESTRATÉGICAS DE CURTO PRAZO: Programação Linear



- ✓ O que é Programação Linear?
- ✓ Como a Programação Linear pode ajudar na maximização da lucratividade?
- ✓ Como a Programação Linear pode ajudar na minimização dos custos?
- ✓ Como determinar um mix de produção através da Programação Linear?

Afonso Celso B. Tobias (afonso@fcavalcante.com.br)

- Consultor da Cavalcante Consultores, responsável na área de treinamento e consultoria financeira.
- Administrador de Empresas e Contador pela Universidade Mackenzie.
- Atuou durante 10 anos como consultor financeiro pela Coopers & Lybrand nas áreas de Corporate Finance e Planejamento e Análise de Negócios e 3 anos como gerente de fusões e aquisições pelo Banco Real de Investimento e Banco Alfa de Investimento
- Mestrando pela Universidade Mackenzie em Administração de Empresas com ênfase em Gestão Econômico-financeira.
- Pós-graduado em Economia pela Universidade Mackenzie e Planejamento e Controle Empresarial pela Fundação Armando Álvares Penteado – FAAP.
- Professor de pós-graduação em Planejamento e Controle Empresarial e Administração Contábil e Financeira pela Fundação Armando Álvares Penteado – FAAP.

ÍNDICE

1. Introdução

As informações de custos desempenham importante papel nas decisões de curto prazo das empresas, a exemplo de outras informações contábeis e gerenciais.

Embora o custo de oportunidade não seja levado em conta no processo de elaboração dos demonstrativos contábeis, existem inúmeras decisões nas empresas em que este custo é um dos mais relevantes.

Custo de oportunidade pode ser definido como valor da melhor oportunidade desprezada, ou o valor líquido de caixa pedido por optar-se por uma alternativa ao invés de outra.

Atrelado a isto, devemos lembrar que as restrições de recursos precisam ser levadas em conta na tomada de decisão das empresas.

A decisão de mix de produção ilustra a natureza desse problema e a maneira pela qual pode ser feito o melhor uso de recursos limitados.

A esse respeito a **programação linear** é uma técnica muito útil para minimização de custos e maximização de lucros, em face às limitações de recursos. É este assunto que iremos tratar neste Up-to-Date.

2. O que é Programação Linear?

A programação linear é uma técnica matemática que procura fazer o melhor uso dos fatores limitados da empresa, a fim de atingir os objetivos escolhidos, o que em termos contábeis coincide com a máxima lucratividade e a minimização dos custos.

Nessas situações, por exemplo, quando a fábrica possui uma planta com capacidade limitada, o nível e o custo das saídas de produção irão ser determinados por essa capacidade.

Exemplo:

A Cia. RR Ltda. produz dois produtos de alta qualidade, a respeito dos quais estão disponíveis as seguintes informações:

		Em $
	Produto A	**Produto B**
Preço de Venda Unitário	30,00	20,00
Custo Variável Unitário	15,00	10,00
Margem de Contribuição	15,00	10,00

São usadas duas máquinas, máquina "X" e máquina "Y", no processo de fabricação, e o total de horas-máquina necessárias para produzir uma unidade de cada produto é o seguinte:

	Produto A	**Produto B**
Máquina "X" (horas)	5,0	1,5
Máquina "Y" (horas)	2,0	2,0
	7,0	3,5

Ambos os produtos possuem grande demanda e a única limitação para expansão de suas saídas é a capacidade das máquinas.

O total de horas-máquina disponíveis por mês é:

Máquina “X” (3 máquinas a 200 horas por mês) = 600 horas

Máquina “Y” (2 máquinas a 200 horas por mês) = 400 horas

Baseado nesses fatos, o problema dos gestores é determinar qual a combinação dos produtos “A” e “B” que maximizará a margem de contribuição total.

A princípio, parece óbvio que a firma deve maximizar a produção do produto “A”, pois este produto possui a maior margem de contribuição unitária.

Analisando em termos de limitação de capacidade de máquinas, o número total de unidades de produtos “A” e “B” que podem ser produzidas é a seguinte:

Produto “A” 600 horas: 5 horas = 120 unidades

Produto “B” 400 horas: 2 horas = 200 unidades

Este limite de produção, no caso do produto “A”, é derivado do fato de que as saídas são limitadas à capacidade das máquinas “X”, pois o produto “A” requer 5 horas dessas máquinas, contra somente 2 horas das máquinas “Y” .

O produto “B”, entretanto, tem sua saída limitada pela capacidade das máquinas “Y”, das quais requer 2 horas por unidade, conta 1,5 horas das máquinas “X”.

Relacionando o cálculo da margem de contribuição ao limite da capacidade das máquinas, a margem de contribuição total será obtida pela produção de ambos os produtos “A” e “B”, da seguinte forma:

Produto “A” = 120 unidades x $15,00 = $ 1.800,00

Produto “B” = 200 unidades x $ 10,00 = $ 2.000,00

Conclui-se que quando se tem a opção de produzir qualquer um dos produtos “A” e “B”, a firma deve concentrar seu esforço no produto “B”.

A abordagem da solução desse problema utilizando a programação linear consiste, primeiro, na formação de problema em termos algébricos simples.

Existem dois aspectos do problema: o primeiro é o desejo de maximização dos lucros e o segundo é a necessidade de reconhecer a limitação da produção.

Estes dois aspectos podem ser determinados algebricamente da seguinte forma:

1. O objetivo é maximizar a margem de contribuição. Este objetivo é chamado de **<u>função objetiva</u>** e pode ser expresso assim:

   Maximizar $\boxed{C = 15A + 10B}$

Onde "C" é a contribuição total e "A" e "B" o número total de unidades dos dois produtos que deve ser fabricado para maximizar a contribuição total

Este equação está sujeita às seguintes limitações:

A > 0

B > 0

Pois não é possível fabricar quantidades negativas de A ou B.

2. As restrições na produção são devidas ao limite de capacidade das máquinas. Nas máquinas "X" 600 horas e nas máquinas "Y" 400 horas.

Estas limitações podem ser expressas em termos algébricos da seguinte forma:

5A +1,5B < 600

2A + 2B < 400

A primeira desigualdade estabelece que o número total de horas utilizadas nas máquinas "X" deve ser igual ou menor que 600 horas; a segunda inadequação estabelece que o número total de horas utilizadas nas máquinas "Y" deve ser menor ou igual à 400 horas.

O problema pode ser resumido da seguinte forma:

Maximizar $\boxed{C = 15A + 10B}$

Sujeito às seguintes restrições:

5A + 1,5B < 600

2A + 2B < 400

A > = 0

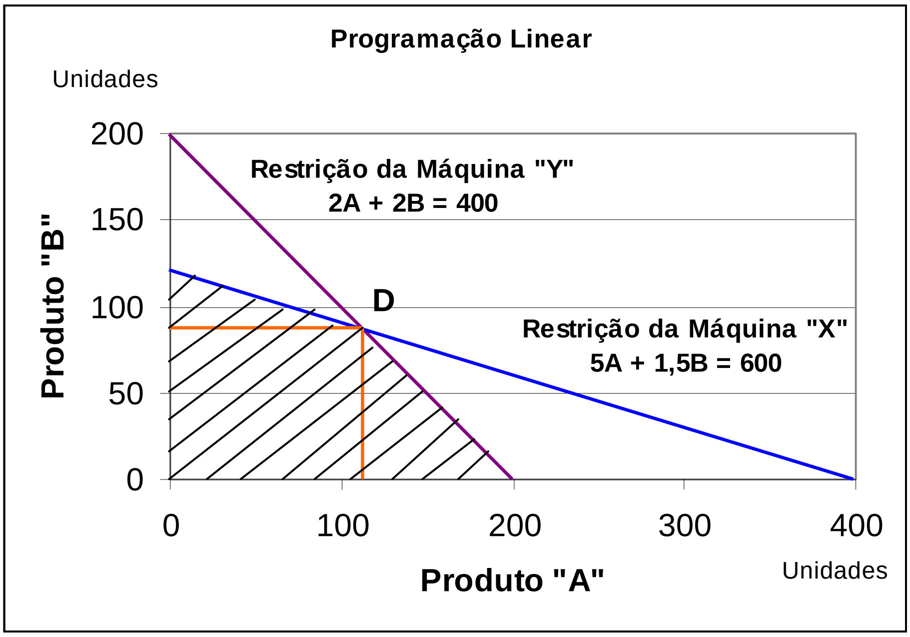
B > = 0

É possível resolver o problema por meio de um gráfico (Figura 10.1) que mostra as possibilidades de fabricação dos dois departamentos "X" e "Y".

	Departamento "X"
Produto "A"	600 : 5 = 120 unidades
Produto "B"	600 : 1,5 = 400 unidades
	Departamento "Y"
Produto "A"	400 : 2 = 200 unidades
Produto "B"	400 : 2 = 200 unidades

A região sombreada do gráfico contém a contribuição total dos produtos "A" e "B", a qual é possível solução para o problema, uma vez que é chamada a região das possibilidades.

A <u>solução ótima</u>, isto é, a melhor combinação de "A" e "B" dentre todas as possíveis soluções, está na intersecção das linhas no ponto "D"; nesse caso foi encontrada em 85 unidades de "A" e 115 unidades de "B".



Observa-se também que a solução ótima situa-se na tangente mais distante do ponto de origem.

O método gráfico para solucionar esse problema é suscetível a erros, a menos que seja cuidadosamente desenhado. Uma resposta mais confiável pode ser encontrada através da solução matemática.

A combinação ótima dos produtos "A" e "B" pode ser encontrada pela solução das equações simultâneas abaixo:

(1) 5A + 1,5B = 600

(2) 2A + 2B = 400

A solução é encontrada pela multiplicação de (1) por 4 e (2) por –3, o que dá o valor da variável "A" :

20A + 6B = 2.400
-6A + (-6B) = 1.200
14A + = 1.200
A = 85,5

Como estamos levando em conta somente as unidades acabadas de "A", a saída de produção ótima para o produto "A" é 85 unidades.

O número de saídas ótimo para o produto "B" pode ser calculado, levando-se em conta o valor conhecido de "A" na equação (2):

2A + 2B = 400
2 x 85 + 2B = 400
2B = 400 - 170
B = 115

Assim, a cominação ótima dos produtos "A" e "B" é 85 unidades de "A" e 115 unidades de "B". levando-se em conta a capacidade limitada das máquinas que estão sendo utilizadas.

	Departamento "X"		**Departamento "Y"**	
"A" – 85 unidades	(85 x 5)	= 425,0	(85 x 2)	= 170,0
"B" – 115 unidades	(115 x 1,5)	= 172,5	(115 x 2)	= 230,0
Total de Horas Usadas		597,5		400,0
Horas Disponíveis		600,0		400,0

A combinação ótima produzirá uma margem de contribuição total de $2.425:

Produto "A" - 85 unidades a $15,00 =	$1.275
Produto "B" – 115 unidades a $10,00 =	$1.150
	$2.245

3. Simulando a Programação Linear

Podemos verificar se esta é a melhor cominação de produtos, em termos de lucro e disponibilidade de máquinas, da seguinte forma:

1. Alterando a combinação de produtos de 85 unidades de "A" e 115 unidades de "B" para 84 unidades de "A" e 116 unidades de "B", o que afetará o uso das máquinas da seguinte forma:

	Departamento "X"		Departamento "Y"	
"A" – 84 unidades	(84x 5)	= 420,0	(84 x 2)	= 168,0
"B" – 116 unidades	(116 x 1,5)	= 174,0	(116 x 2)	= 232,0
Total de Horas Usadas		594,0		400,0
Horas Disponíveis		600,0		400,0

Assim, essa cominação é eficiente na utilização das máquinas do Departamento "Y", mas ineficiente na utilização das máquinas de Departamento "X".

É também menos lucrativa, oferecendo uma margem de contribuição de somente $2.420, contra uma de $2.425:

Produto "A" - 84 unidades a $15,00 =	$1.260
Produto "B" – 116 unidades a $10,00 =	$1.160
	$2.420

2. Alterando a combinação de produtos , de 85 unidades de "A" e 115 unidades de "B" para 86 unidade de "A" e 113 unidades de "B", o que alterará o uso das máquinas da seguinte forma:

	Departamento "X"		Departamento "Y"	
"A" – 86unidades	(86x 5)	= 430,0	(86 x 2)	= 172,0
"B" – 113unidades	(113 x 1,5)	= 169,5	(113 x 2)	= 226,0
Total de Horas Usadas		599,5		398,0
Horas Disponíveis		600,0		400,0

Assim , essa combinação é mais eficiente no uso das máquinas do Departamento "X" do que na combinação ótima, mas é menos eficiente no uso das máquinas do Departamento "Y". Pois, para aumentar o aproveitamento da capacidade das máquinas do Departamento "X", teve-se que diminuir em duas unidades a produção do produto "B" e expandir a produção do produto "A" em uma unidade.

A margem de contribuição encontrada, como conseqüência dessa combinação. Foi somente $2.420, contra a margem de contribuição ótima de $2.425.

Produto "A" - 86 unidades a $15,00 =	$1.290
Produto "B" – 113 unidades a $10,00 =	$1.130
	$2.420

4. Conclusão

Pode-se notar também que a abordagem da programação linear no cálculo da melhor combinação de mix de produção mais lucrativa do que aquela que relaciona a margem de contribuição com a limitação da capacidade das máquinas.

Somente formam discutidos casos simples, envolvendo no máximo dois recursos com restrições.

Na vida real, as empresas, deparam-se com mais de duas restrições, mas as técnicas matemáticas existem para tornar possível a solução de problemas que envolvem grande número de variáveis.

O recurso SOLVER do Excel, por exemplo, que é baseado nas matrizes algébricas, pode ser empregado nesses casos, e adapta-se muito bem a este tipo soluções de problemas mais complexos, que tratamos em um outro Up-to-Date específico (nº 60).