

COMO SIMULAR PROJEÇÕES FINANCEIRAS ATRAVÉS DO METODO DE MONTE CARLO



- ✓ O que é o método de simulação de Monte Carlo?
- ✓ Como utilizar números aleatórios para testar uma simulação financeira?
- ✓ Como gerar números aleatórios pelo Excel?
- ✓ Como resolver problemas com o método de Monte Carlo?
- ✓ Como saber quando é o melhor momento de contratar novos funcionários?
- ✓ Como dimensionar o faturamento, custos e lucro pelo método de Monte Carlo?

Afonso Celso B. Tobias (afonso@fcavalcante.com.br)

- Consultor da Cavalcante Consultores, responsável na área de treinamento e consultoria financeira.
- Administrador de Empresas e Contador pela Universidade Mackenzie.
- Atuou durante 10 anos como consultor financeiro pela Coopers & Lybrand nas áreas de Corporate Finance e Planejamento e Análise de Negócios e 3 anos como gerente de fusões e aquisições pelo Banco Real de Investimento e Banco Alfa de Investimento
- Mestrando pela Universidade Mackenzie em Administração de Empresas com ênfase em Gestão Econômico-financeira.
- Pós-graduado em Economia pela Universidade Mackenzie e Planejamento e Controle Empresarial pela Fundação Armando Álvares Penteado – FAAP.
- Professor de pós-graduação em Planejamento e Controle Empresarial e Administração Contábil e Financeira pela Fundação Armando Álvares Penteado – FAAP.

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	3
2. CASO PRÁTICO: A BARBEARIA DO SR. JOSÉ.....	5
4. PREPARANDO MELHOR OS DADOS DISPONÍVEIS PARA SIMULAÇÃO	9
5. SIMULAÇÃO PELO MÉTODO DE MONTE CARLO.....	11
6. CONCLUSÃO	13

1. Introdução

O Método de Monte Carlo é uma técnica de simulação que provou ser utilíssima na avaliação de elemento de “chance” de inúmeros problemas de pesquisa operacional e agora é considerada uma das ferramentas mais importantes e mais utilizadas em finanças.

Permite calcular valores financeiros mesmo que não sejam conhecidos a sua forma de distribuição estatística.

Este método permite resolver uma quantidade extensa de problemas através da simulação de cenários e o posterior cálculo de um valor esperado.

Importante na implementação deste método é o uso de um gerador de números aleatórios confiável e de um algoritmo de redução de variância.

Por exemplo, numa condição de fila qualquer a chegada de clientes, sem regularidade alguma, pode ser simulado por meio de um processo de amostragem aleatória.

Com a determinação do verdadeiro ritmo de existência desta fila poderemos verificar se ela apresenta ser demasiada cara, muito demorada ou impraticável, o que conseqüentemente geraria desperdício de recursos financeiros.

O método de Monte Carlo permite criar um modelo da situação e testá-lo até que se chegue a uma solução “satisfatória”.

Este método pode simular o desempenho de um projeto, avaliando a probabilidade de terminá-lo a tempo e dentro do orçamento.

Os usuários podem avaliar o projeto inteiro ou segmentos individuais baseando-se em uma medida quantificável de risco.

Monte Carlo é uma ferramenta de análise que ajuda aos usuários a tomar decisões, desenvolver planos de contingências, avaliar estratégias de suavizar e administrar riscos.

É um meio de responder às seguintes perguntas básicas:

- Numa dada situação, conhecendo-se a probabilidade em que as variáveis assumem certos valores, o que é mais provável que ocorra em termos de nossa medida de eficácia?
- Se alternarmos, mudarmos, manusearmos ou experimentarmos as variáveis, quais serão então os resultados em termos da nossa medida de eficácia?

Monte Carlo utiliza números aleatórios para simular ocorrências ao acaso, sendo que a questão pode, desse modo, ser resolvida na ponta do lápis (se for bastante simples) ou passar por um computador que pode simular por milhares de vezes (se necessário) para se saber o que aconteceria num largo espaço de tempo.

Isso significa que a simulação pode prosseguir, pelo tempo que se quiser, pois as variáveis podem ser alternadas e a simulação repetida quantas vezes se queira, até acharmos que encontramos uma solução satisfatória, ou pelo menos tão boa quanto possível.

Para resolver problemas com o Método de Monte Carlo, precisamos de quatro coisas:

- **Uma medida de eficácia**
- **As variáveis relevantes**
- **A distribuição cumulativa de probabilidade de cada variável, com a chance de cada um dos valores da variável ocorrer.**
- **Um conjunto de números aleatórios**

Tabelas desses números são elaboradas por computadores e são publicadas sob a forma de colunas de algarismos únicos ou múltiplos, sendo que cada algarismo, tendo sido escolhido ao acaso, tem chance igual de aparecer em qualquer lugar da tabela.

A primeira providência para se usar o método Monte Carlo é atribuir números aleatórios aos diversos valores possíveis de cada variável, de modo que a probabilidade de ocorrência dos números da tabela é igual à probabilidade do valor da variável ocorrer na realidade.

Como sugestão, podemos gerar números aleatórios através da **função ALEATORIOENTRE** da planilha de cálculo do Excel, respeitando os limites de geração de valores.

A função ALEATORIOENTRE() é ideal para gerar números aleatórios entre dois números e a curva de distribuição de freqüência é a distribuição é uniforme ou seja, todos os números têm a mesma probabilidade de ocorrer.

A Figura 1 mostra um exemplo desse tipo de tabela:

Figura 1 – Exemplo de Algarismos aleatórios

11	16	43	63	18	75	06	13	76	74
21	21	59	17	91	76	83	15	86	78
10	43	84	44	82	66	55	83	76	49
36	79	22	62	36	33	26	66	65	83
73	94	40	47	73	12	03	25	14	14
49	56	31	28	72	14	06	39	31	04
64	20	84	82	37	41	70	17	31	17
51	48	67	28	75	38	60	52	93	41
99	75	62	63	60	64	51	61	79	71
71	32	55	52	17	13	01	57	29	07

Obs:

Alguns chamam de “números randômicos” sem necessidade, pois “aleatórios” diz bem o que é em português, enquanto randômico não tem significado algum. Apesar disso, esta expressão também é utilizada por alguns autores.

2. Caso Prático: A barbearia do Sr. José

Quando Sr. José instalou seu negócio com três cadeiras de barbeiro no salão, ele sabia que a maioria dos clientes viria das 300 famílias que moravam mais perto da sua barbearia do que de outros salões de barbeiro.

Cada uma dessas famílias, segundo as estatísticas, consistia em 3,8 membros, dos quais metade era de homens.

Portanto, Sr. José tinha uma clientela potencial de 570 $((3,8 \text{ pessoas} \times 300)/2)$ homens e meninos, os quais cortariam o cabelo em média a cada três semanas.

Se cada um desses clientes em potencial usasse seus serviços, o Sr. José teria uma média de 190 clientes por semana $(570 \text{ clientes} / 3 \text{ semanas})$.

Ele calculou que poderia cuidar de todos eles, pois se trabalhasse 48 horas por semana, gastando em média 15 minutos no corte de cabelo, ele poderia (nesse ritmo) atender 192 clientes.

Sr. José esperava atingir esse máximo dentro do primeiro ano, quando (a \$25,00 por corte de cabelo) já estaria faturando cerca de \$4.800 $(\$25 \times 192)$ por semana!

A essa altura ele poderia pensar em contratar um outro barbeiro para ajudá-lo, prevendo uma expansão em virtude da construção de novas residências no bairro.

Dentro de alguns meses tornou-se evidente que o salão de barbeiro estava progredindo. Mas o sucesso de Sr. José o intrigava.

Ele tinha a impressão de que metade do tempo havia uma fila de espera e, no entanto, ele só trabalhava $\frac{3}{4}$ partes do tempo.

Era desagradável ver as pessoas chagarem até a porta do salão e irem embora ao perceberem gente esperando a vez.

Mas, o que é que ele poderia fazer?

Problema:

Este é um dos grandes erros de simulações em projeções financeiras, quando confrontado o real com o projetado, onde verificamos que o real ficou muito aquém do planejado. Isto geralmente acontece porque, em geral, não são previstas, por exemplo, paradas de máquinas para manutenção, troca de turnos, reposição de peças, perda de matéria prima, etc., fazendo com que o faturamento seja super dimensionado, não sendo confiável uma projeção que utiliza 100% da sua capacidade produtiva.

Mesmo que só estivesse ocupado 75% do tempo, se pusesse mais um barbeiro no salão para reduzir o tempo de espera durante a metade do tempo em que havia gente aguardando a vez, será que apareceriam clientes novos em número suficiente para justificar o custo do barbeiro auxiliar?

Sr. José refez as suas contas e percebeu que na realidade estava atendendo cerca de 150 clientes por semana à média de \$30 (incluindo gorjeta) e, portanto, estava faturando em média \$4.500 ($\30×150) por semana.

Naturalmente ele estava satisfeito, mas se ele empregasse mais um barbeiro por aproximadamente \$1.000 por semana mais as gorjetas, esse auxiliar teria de atender pelo menos 40 clientes por semana apenas para pagar o seu salário.

Será que deveria mesmo contratá-lo?

3. Entendendo melhor os dados desse problema

Pelos dados desse problema podemos verificar que poderíamos usar o método de Monte Carlo e obter dados que cheguem perto da realidade para poder dizer se Sr. José deve ou não contratar um auxiliar, ou dois, ou nenhum.

Para que pudéssemos efetuar os cálculos deste método, primeiramente efetuamos um levantamento estatístico, com dados estatísticos suficientes de uma amostra bem representativa de clientes, que foram tabuladas e analisadas, trazendo as seguintes informações básicas:

Existe um “número mágico” em estatística que diz que uma amostra deve apresentar no mínimo 30 elementos, mas isto vai depender do tamanho da população. Entraremos em maiores detalhes sobre este ponto em outro Up-to-Date específico. Este comentário estava no caso original? Tenho dúvidas é válido apresentá-lo.

1. Em média, cada cliente era atendido em 15 minutos, mas, na realidade o tempo variava de 7 minutos só para uma barba, 15 minutos para um corte de cabelo, 22 minutos para barba e cabelo, até 29 minutos para um “serviço completo” - barba, cabelo e unhas. Analisando os números encontrados, Sr. José descobriu que 15% dos clientes eram atendidos em 7 minutos, 70% em 15 minutos, 10 % em 22 minutos e 5% exigiam o máximo, que era de 29 minutos, estes percentuais chamaremos de frequência relativa. A tabela de preço para esses serviços indicava:

Tabela de Preços

Barba	\$15,00
Cabelo	\$25,00
Barba & Cabelo	\$40,00
Barba & Cabelo e Unha	\$50,00

2. A fila de espera, como de hábito, em geral tinha um tamanho limitado, notando que a relação entre o comprimento da fila e o número de pessoas que se recusavam a ficar aguardando a vez apresentava o seguinte aspecto:
 - a. Quando havia apenas uma pessoa esperando, 5% dos fregueses iam embora;
 - b. Quando havia duas pessoas esperando, 20% recusavam-se a entrar;
 - c. Quando a fila tinha três pessoas, aguardando a vez, 65% voltavam da porta;
 - d. Quando havia cinco pessoas esperando, 95% voltavam atrás; e

e. Quando havia seis pessoas na fila ninguém mais entrava.

O acréscimo de novas unidades de atendimento (mais barbeiros) iria, é claro, modificar esses índices, mas gerariam custos adicionais.

3. Conquanto a frequência média de chegada (incluindo os fregueses que voltavam da porta fosse uns 10 minutos, percebeu-se que a forma em que o pessoal chegava não podia ser comparada a nenhuma distribuição padrão de probabilidade.

Por isso, foi gerada uma nova amostra para determinar a frequência relativa de tempo entre as chegadas dos fregueses e elaborando uma tabela, conforme demonstrado abaixo.

Fig. 2 - Chegadas com números aleatórios atribuídos

Intervalo de Chagada (min.)	Frequência Relativa	Números Aleatórios Atribuídos
0	0,11	00 – 10
2	0,01	11 - 16
4	0,06	12 – 17
6	0,10	18 – 27
8	0,11	28 – 38
10	0,22	39 – 60
12	0,10	61 – 70
14	0,10	71 – 80
16	0,08	81 – 88
18	0,05	89 – 93
20	0,03	94 – 96
22	0,02	97 – 98
24	0,01	99

Exemplo e interpretação dos números: Num intervalo de 24 minutos, após 4 minutos já tínhamos 18% ($0,11+0,1+0,06$) dos Clientes esperados.

4. Preparando melhor os dados disponíveis para simulação

À primeira vista parece que complicamos tremendamente o problema.

Acontece, porém, que pelo menos agora já podemos simular a operação, utilizando uma tabela de números aleatórios que podem ser gerados pela função ALEATORIOENTRE do Excel.

É claro que poderíamos elaborar uma tabela de distribuição de freqüência, mas este problema é um pouco mais complexo e vamos precisar de mais informações antes de decidir se acrescentamos ou não mais recursos, nesse projeto.

A simulação de Monte Carlo nos dará uma boa idéia do que está acontecendo no momento e o que acontecerá se Sr. José colocar mais um ou dois barbeiros.

Nossa medida de eficácia neste caso é o lucro bruto.

A questão é: **Se Sr. José contratar mais um barbeiro para ajudá-lo, isso aumentará ou diminuirá o seu lucro?**

O fator decisivo, como já vimos, é saber se acrescentando mais um barbeiro à equipe, o salão acabará atendendo no mínimo mais 40 novos clientes.

As variáveis importantes são a freqüência de chegada e o ritmo de atendimento, índices esses que variam e que estabelecem o tamanho da fila de espera, o qual, por sua vez, determina o número de novos clientes que se juntam à fila durante a semana.

As observações da amostra apresentaram os dados de que precisava para estabelecer a distribuição de probabilidade cumulativa de cada variável.

O que ele tinha a fazer agora era atribuir números aleatórios dos diversos valores de cada variável de modo que a freqüência de aparecimento dos números aleatórios seja igual à freqüência de aparecimento de valores.

Isto é fácil!

Uma vez que todas as freqüências podem ser expressas em termos de números de dois algarismos, podemos fazer a distribuição conforme demonstrado nas figuras 2, 3 e 4.

Figura 3 – Índice de frequência relativa de clientes que se recusaram a esperar

Tamanho da fila de espera	Um só barbeiro	Números atribuídos	Dois barbeiros	Números aleatórios atribuídos	Três barbeiros	Números aleatórios atribuídos
1	0,05	00-04	0,03	00-02	0,02	00-01
2	0,20	00-19	0,10	00-09	0,05	00-04
3	0,40	00-39	0,20	00-19	0,10	00-09
4	0,65	00-64	0,35	00-34	0,20	00-19
5	0,95	00-94	0,50	00-49	0,25	00-24
6	1,00	00-99	0,70	00-69	0,35	00-34
7	1,00	00-99	0,95	00-94	0,50	00-49
8	1,00	00-99	1,00	00-99	0,70	00-69
9	1,00	00-99	1,00	00-99	0,95	00-94
10	1,00	00-99	1,00	00-99	1,00	00-99

Figura 4 – Serviço com números aleatórios atribuídos

Serviço Solicitado	Preço dos Serviços	Duração do Serviço (min.)	Frequência Relativa	Números Aleatórios Atribuídos
Barba	\$15,00	7	0,15	00-14
Cabelo	\$25,00	15	0,70	15-84
Barba & Cabelo	\$40,00	22	0,10	85-94
Barba, Cabelo & Unha	\$50,00	29	0,05	95-99

5. Simulação pelo método de Monte Carlo

Agora que está tudo pronto para simular a operação comercial da barbearia do Sr. José.

A primeira coisa que se fez foi apelar para o primeiro número da tabela, conforme a Figura 1, lendo linha por linha, da esquerda para a direita, para descobrir quando a primeira chegada ao acaso ocorreu no dia que estava simulando.

No nosso caso, este primeiro número é 11, o que significa (consultando-se a relação de números aleatórios atribuídos às chegadas, conforme a figura 2) que o cliente nº 1 chegou 2 minutos após a abertura do salão naquele dia.

O primeiro cliente, portanto, chegou exatamente às 9h02min. e, naturalmente, não havia ninguém esperando e ninguém sentado na cadeira da barbearia do Sr. José sendo atendido.

Por isso, o cliente nº 1 não teve de esperar e foi atendido na hora, ou seja, às 9h02min.

Que tipo de serviço o cliente pediu?

Para responder a esta pergunta, verificamos a tabela e tomamos o segundo número (linha 1) dos algarismos aleatórios (o primeiro número já foi usado e, portanto foi eliminado).

Este é 16, que significa (consultando-se a relação de números aleatórios atribuídos aos serviços pedidos na Figura 4) que o cliente nº 1 pediu um corte de cabelo que leva 15 minutos.

Por conseguinte, ele foi liberado às 9h17min., pagou ao barbeiro \$25,00 e deu uma gorjeta de \$3,50.

Voltando uma vez mais à tabela de números aleatórios (Fig.1, terceiro número = 43), descobre-se que o segundo cliente chegou às 9h12min, após um intervalo de 10 minutos (Fig 2) e porque o cliente nº 1 estava sendo atendido, teve de esperar 5 minutos a sua vez.

Ele esperou de bom grado porque não havia ninguém mais esperando, ou seja, o custo de espera do cliente era insignificante.

Assim, continuamos a elaborar a tabela do movimento do dia, estabelecendo a chegada dos clientes, se estes esperam ou não, e o tipo de serviço exigido, consultando para isso a tabela de números aleatórios e as atribuições feitas segundo a frequência mostrada na Figura 4.

Por fim, quando o cliente nº 4 chega, encontra uma pessoa esperando (cliente nº 3).

Será que ele resolve esperar, ou vai embora?

Para descobrir isso, consultamos o número seguinte (o oitavo da linha 1, da Fig. 1) na tabela de números aleatórios, que é um 13.

Consultando os números aleatórios atribuídos ao pessoal que não quer ficar esperando a vez quando há fila (Figura 3), descobre-se (na terceira coluna, primeira linha, pegando “Um só barbeiro”, uma fila de um) que ele teria de ser um dos números de 00 a 04 para não esperar; por isso, o cliente nº 4 entra e fica esperando.

Prosseguimos analisando o movimento do dia, consultado a tabela de números aleatórios e os valores atribuídos para responder a estas três perguntas acerca de cada cliente:

1. Quando ele chega?
2. Vai esperar (se houver fila)?
3. E que tipo de serviço vai solicitar?

E assim ficamos sabendo que Sr. José dá duro no seu negócio – mas que está excessivamente preocupado com os que não querem esperar.

Somente nove clientes deixam de juntar-se à fila de espera (o que significa que Sr. José perdeu apenas 9 x aproximadamente \$30,00, ou seja, \$270,00).

E tem mais: a fila jamais passou de quatro pessoas esperando a vez, sendo que a maior espera foi de 66 minutos – que foi a hora em que ele começou a perder clientes.

E Sr. José não parou um instante sequer o dia todo!

Estava claro que o negócio do Sr. José era muito eficiente (embora ele simulasse várias semanas de movimento somente para ter certeza disso), e que Sr. José perderia dinheiro (pelo menos no começo) se empregasse mais um barbeiro nesse momento, mesmo não sendo agradável ver clientes esperando.

6. Conclusão

Sr. José gostou muito da utilização deste método, mas começou a complicar seis meses mais tarde devido ao excesso de trabalho.

Não dava nem para se coçar e, no entanto a fila de espera parecia aumentar cada vez mais, pois, afinal de contas, Sr. José era um excelente profissional e estava sendo indicado pelos demais cliente, mas, por causa disso, Sr. José estava perdendo muitos clientes para os concorrentes nesse momento, por causa das filas de espera.

“Talvez seja a hora de colocar mais um barbeiro”, pensou ele, e verificou que era a hora de fazer um novo estudo complementar.

Com base na nova freqüência, foi gerada uma nova amostra e descobriu-se então que estava tudo igual, exceto que **Sr. José tinha razão quanto à chegada dos clientes: havia mais clientes (o que significava que o intervalo entre as chegadas era bem mais curto) e as filas estavam ficando mais longas.**

Por isso, elaborou uma outra tabela (Figura 6) mostrando os intervalos de chegada e sua freqüência relativa, bem como os números aleatórios a eles atribuídos e recalculou tudo novamente.

Figura 6 – Chegada de clientes

Intervalo entre chegadas (minutos)	Freqüência Relativa	Números aleatórios atribuídos
0	0,12	00-11
1	0,03	12-14
2	0,02	15-16
3	0,04	17-20
4	0,05	21-25
5	0,05	26-30
6	0,06	31-36
7	0,07	37-43
8	0,08	44-51
9	0,09	52-60
10	0,12	61-72
11	0,10	73-82
12	0,09	83-91
13	0,05	92-96
14	0,03	97-99

Com essa nova tabela, Sr. José simulou o movimento comercial da barbearia uma vez mais – só que desta vez com dois barbeiros (ou duas unidades de serviço).

Começando pelo quarto número da sétima carreira desta tabela de números aleatórios (ele usou todos os números que antecedem a este da simulação anterior), Sr. José descobriu que o primeiro cliente chegou após um intervalo de 11 minutos, às 9H11min. (o primeiro número da tabela era o 82, o qual na nova tabela de chegadas significava um hiato de 11 minutos).

Claro que quando a fila apareceu, como aconteceu na parte da tarde, Sr. José utilizou os números aleatórios atribuídos ao comprimento da fila de espera sob “2 Barbeiros” a fim de estabelecer se aquele determinado cliente ficaria esperando ou não.

Sr. José ficou satisfeito em verificar que sim, ele podia perfeitamente contratar mais um barbeiro.

Segundo a sua simulação (que ele confirmou com simulações complementares necessárias), Sr. José faturaria um total de \$1.530 por dia (51 clientes x \$30) com uma equipe de duas unidades de serviço num dia normal de trabalho.

Desse montante ele teria de pagar o salário de um auxiliar seria de aproximadamente \$200,00 diários (as gorjetas do empregado eram todas dele, é claro).

Com o novo patamar de faturamento de \$1.530, podemos verificar um aumento palpável sobre os \$900 $((150 \times 30)/5)$, que costumava ganhar na simulação de um único barbeiro – considerando que o Sr. José não trabalha aos finais de semana – acrescentadas de mais as suas próprias gorjetas.