

DURATION - AVALIANDO O RISCO DE MUDANÇA NAS TAXAS DE JUROS - PARTE III



- ✓ *Entendendo melhor a duração modificada*
- ✓ *Como utilizar a duração modificada?*
- ✓ *O que é imunização?*
- ✓ *Qual o efeito da mudança do cupom no cálculo da duração?*

Autores: Francisco Cavalcante(f_c_a@uol.com.br)

- Administrador de Empresas graduado pela EAESP/FGV.
- É Sócio-Diretor da Cavalcante & Associados, empresa especializada na elaboração de sistemas financeiros nas áreas de projeções financeiras, preços, fluxo de caixa e avaliação de projetos.

Paulo Dragaud Zeppelini(f_c_a@uol.com.br)

- Administrador de Empresas com MBA em finanças pelo Instituto Brasileiro de Mercado de Capitais - IBMEC.
- Executivo financeiro com carreira desenvolvida em instituições financeiras do segmento de mercado de capitais. Atualmente é consultor da Cavalcante & Associados, empresa especializada na elaboração de sistemas financeiros nas áreas de projeções financeiras, preços, fluxo de caixa e avaliação de projetos.

Cristiane Ribeiro Perini(f_c_a@uol.com.br)

- Estudante de Administração de Empresas da FGV – Fundação Getúlio Vargas.

ÍNDICE

	PÁG
◆ APRESENTAÇÃO	03
◆ DURAÇÃO MODIFICADA	04
◆ QUAL O EFEITO DA MUDANÇA DO CUPOM NO CÁLCULO DA DURAÇÃO	06
◆ IMUNIZAÇÃO	10

APRESENTAÇÃO

"Nos Up-To-Dates® 130 e 131 fizemos várias simulações para mostrar o efeito da variação da taxa de juros nos preços de um ativo. Demonstramos detalhadamente o cálculo da duração e como podemos utilizar este conceito para estimar o preço de um título ou de uma carteira quando ocorre uma mudança na taxa de juros.

Neste Up-To-Date® vamos encerrar o tema detalhando um pouco mais o conceito de duração modificada e apresentando um novo conceito chamado de "Immunization". A "Immunization" ou imunização é uma das aplicações do conceito de duração. No dia-a-dia dos negócios os administradores de bancos e empresas convivem com a expectativa de mudança nas taxas de juros. Como não têm idéia da direção desta variação, os administradores estão sempre preocupados com a vulnerabilidade das suas instituições à mudança de taxas. A imunização é uma técnica que procura eliminar a exposição das empresas à uma mudança nas taxas".

DURAÇÃO MODIFICADA

Mostramos no **Up-To-Date® 131** que os especialistas chamam a relação **Duração / (1+ Taxa)** de "Modified Duration" ou duração modificada.

$$\text{Duração Modificada} = \frac{\text{Duração}}{(1 + \text{Taxa})}$$

Também vimos que a substituição da relação acima na expressão que calcula a variação do preço em função de uma modificação na taxa de juros fornece uma nova expressão com o seguinte formato:

$$\text{Variação do Preço} = - \text{Duração Modificada} \times \text{Variação da Taxa}$$

Outra definição que o leitor do **Up-To-Date®** vai encontrar com frequência na literatura especializada, pode ser obtida substituindo-se a variação da taxa por uma variação de 100 pontos bases ou 1%. Fazendo esta substituição a variação do preço será:

$$- \text{Duração Modificada} \times 1\% = - \text{Duração Modificada}$$

$$\text{Variação do Preço} = - \text{Duração Modificada} \times 1\%$$

$$\text{Variação do Preço} = - \text{Duração Modificada}$$

Portanto, a duração modificada é a variação em porcentagem do preço para uma variação de 100 pontos-base ou 1% na taxa de juros.

Como exemplo, vamos repetir o fluxo utilizado anteriormente para explicar o cálculo da duração e estimar a variação do preço através da duração.

Os dados são: principal \$1.000, taxa do cupom 20%, período 6 anos, taxa de juros hoje 20%.

Tempo (T)	Fluxo	VP	VR	P*VR
1	200,00	166,67	0,16667	0,16667
2	200,00	138,89	0,13889	0,27778
3	200,00	115,74	0,11574	0,34722
4	200,00	96,45	0,09645	0,38580
5	200,00	80,38	0,08038	0,40188
6	1.200,00	401,88	0,40188	2,41127
TOTAL		1.000	1,00000	3,99061
Duração Modificada				3,3255

A duração modificada de 3,3255 indica que para uma variação de 1% na taxa de juros esperamos uma variação de 3,3255%. Vamos demonstrar.

A queda estimada seria de:

Perda = valor do título x (- duração modificada) x mudança na taxa

Perda = \$1.000 x 3,3255 x 1%

Perda = \$33,25

Perda % = \$33,25/\$1.000 = 0,033255 ou 3,3255%

Portanto o valor **estimado** do título seria de \$1000 - \$33,25 = \$966,75

Como vimos, a duração modificada já fornece a variação estimada para uma mudança de 1% na taxa de juros.

Duração modificada é a variação em porcentagem do preço de um título (ou obrigação) para uma variação de 100 pontos-base ou 1% na taxa de juros.

QUAL O EFEITO DA MUDANÇA DO CUPOM NO CÁLCULO DA DURAÇÃO

No **Up-To-Date® 130** fizemos uma simulação para mostrar que dois títulos com prazos idênticos mas com cupons diferentes se comportavam de maneira diferente diante de uma mudança na taxa de juros. Vamos repetir os quadros resumos para relembrar o assunto.

- Título 1 de \$500 com prazo de 5 anos e cupom de 15%;
- Título 2 de \$500 com prazo de 5 anos e cupom de 5%.
- A taxa de juros é de 15% para qualquer prazo de vencimento.

Quadro Resumo

<i>Taxa de Juros</i>	<i>Cupom de 15%</i>	<i>Cupom de 5%</i>
10	\$594,77	\$405,23
15	\$500,00	\$332,39
20	\$425,23	\$275,70

Tabela de Variações

Taxa de Juros	Cupom de 15%	Cupom de 5%
10,00%	18,95%	21,91%
15,00%	0,00%	0,00%
20,00%	-14,95%	-17,05%

A conclusão a que chegamos foi que a variação de preço do título com cupom menor foi maior do que a variação de preço do título com cupom maior quando ocorreu uma variação na taxa de juros. Por esta razão afirmamos que o título com cupom menor possui maior volatilidade e é mais arriscado. Agora que conhecemos o conceito de duração podemos entender melhor por quê isto acontece. Vamos repetir os dados do exercício utilizado para explicar o cálculo da duração novamente.

Os dados são: principal \$1.000, **taxa do cupom 20%**, período 6 anos, taxa de juros hoje 20%.

Tempo (T)	Fluxo	VP	VR	T*VR
1	200,00	166,67	0,16667	0,16667
2	200,00	138,89	0,13889	0,27778
3	200,00	115,74	0,11574	0,34722
4	200,00	96,45	0,09645	0,38580
5	200,00	80,38	0,08038	0,40188
6	1.200,00	401,88	0,40188	2,41127
TOTAL		1.000	1,00000	3,99061

Agora, vamos fazer o mesmo exercício mudando apenas o cupom.

Os dados são: valor de face \$1.000, **taxa do cupom 10%**, período 6 anos, taxa de juros hoje 20%.

Tempo (T)	Fluxo	VP	VR	T*VR
1	100,00	83,33	0,12485	0,12485
2	100,00	69,44	0,10404	0,20809
3	100,00	57,87	0,08670	0,26011
4	100,00	48,23	0,07225	0,28901
5	100,00	40,19	0,06021	0,30105
6	1.100,00	368,39	0,55193	3,31160
TOTAL		667,449	1,00000	4,49473

Observe que a duração do título com cupom de 10% é maior. Como este título possui duração maior está sujeito a variações de preços maiores quando ocorre mudança na taxa de juros.

A explicação para isto está na própria definição de duração. Mostramos que a duração é uma média dos prazos dos fluxos de um título, ponderada pelo valor presente de cada fluxo de caixa. O título com cupom de 10% paga apenas \$100 nos períodos de 1 a 5. Isto significa que os pesos aplicados neste período acabam sendo menores.

Por sua vez, o título com cupom de 20% paga juros de \$200 e os pesos no período de 1 a 5 acabam sendo maiores. Isto faz com que a duração seja menor e que o título esteja menos sensível às variações na taxa de juros. Compare a coluna VR de cada um dos fluxos para tirar a dúvida. A coluna VR (valor relativo) mostra justamente o peso de cada fluxo na dimensão total do título.

Tempo (T)	VR(Cupom de 10%)	VR(Cupom de 20%)
1	0,12485	0,16667
2	0,10404	0,13889
3	0,08670	0,11574
4	0,07225	0,09645
5	0,06021	0,08038
6	0,55193	0,40188
	1,00000	1,00000

Vamos verificar agora o que acontece com o título com cupom de 10% se a taxa de juros subir 0,20%?

A queda estimada seria de:

Perda = valor do título x duração x mudança na taxa

Perda = \$667,45 x 4,49473 x 0,20%

Perda = \$6,00

Portanto o valor estimado do título seria de \$667,45 - \$6,00 = \$661,45

Agora vamos calcular o fluxo de caixa real e verificar de quanto foi a perda.

Tempo (T)	Fluxo	VP	VR	T*VR
1	100,00	83,19	0,12558	0,12558
2	100,00	69,21	0,10448	0,20895
3	100,00	57,58	0,08692	0,26076
4	100,00	47,91	0,07231	0,28925
5	100,00	39,85	0,06016	0,30080
6	1.100,00	364,73	0,55055	3,30330
TOTAL		662,4752	1,00000	4,48864

Refazendo o fluxo de caixa percebemos que o valor do título agora é de \$662,47.

Ou seja, perdeu \$ 4,98 (\$667,45 - \$662,47) ou -0,74% (\$4,98/\$667,45) do valor inicial.

Vamos fazer a comparação da variação dos dois títulos.

	Título com cupom de 10%	Título com cupom de 20%
Duração	4,49473	3,99061
Variação	-0,74	-0,66

Portanto a conclusão é:

As variações percentuais de preço de um título com duração longa são maiores do que as variações percentuais de preço de uma obrigação de duração curta quando ocorre uma variação na taxa de juros.

IMUNIZAÇÃO

Agora que já sabemos o que é a duração e como calculá-la, iremos apresentar uma de suas utilizações.

Uma aplicação da duração de muita utilidade na tesouraria de bancos e empresas é a imunização.

Mas o que é imunização?

Imunização é a combinação da duração média dos ativos de uma carteira de títulos de uma empresa, com a duração média dos seus passivos. A idéia aqui é fazer com que diante de uma mudança nas taxas de juros os impactos sejam iguais nos ativos e passivos da empresa.

A imunização faz com que não ocorra descasamento (diferença) de prazo ou valor entre esses ativos e passivos em virtude de uma mudança na taxa de juros. Desse modo, alterando-se a taxa de juros, ativo e passivo irão variar na mesma proporção e a empresa minimizará o risco de perda associado a esta mudança. Isso quer dizer que, estando a carteira imune, uma pequena variação nas taxas de juros deverá ter pequeno efeito sobre a carteira como um todo, pois o lucro (ou perda) com ativos deverá compensar a perda (ou lucro) com passivos.

Veremos, então, como se dá o processo de imunização. Considere uma carteira composta por títulos com as seguintes características:

Ativos	Passivos
Aplicação1 = 80.000	Captação 1 = 70.000
Duration = 132	Duration = 25
	Patrimônio = 10.000

De acordo com o que foi dito anteriormente, para que a carteira seja imunizada, as variações no ativo e passivo devem ser iguais. Isso quer dizer que a duração do ativo (D_{ATIVO}) deve ser igual a duração do passivo (D_{PASSIVO}):

$$D_{\text{ATIVO}} = D_{\text{PASSIVO}}$$

Entretanto, devemos lembrar que o passivo é composto por obrigações e patrimônio líquido. A duração do passivo total deverá ser calculada como a média ponderada das durações dos títulos que compõem o passivo. No nosso exemplo, existe apenas um título e o patrimônio líquido.

A duração do título pode ser facilmente calculada utilizando os conceitos que já aprendemos nesse **Up-To-Date®**. Entretanto, qual a duração do patrimônio líquido?

No balanço patrimonial, a diferença entre o valor dos ativos e o dos passivos representa o patrimônio líquido, que é o valor contábil pertencente aos acionistas ou sócios. As obrigações da companhia (ou passivo exigível) são apresentadas no passivo exigível, que se subdivide em passivo circulante (as obrigações da empresa vencíveis no prazo de um ano ou, se o ciclo operacional for maior que um ano, as obrigações vencíveis no prazo do ciclo operacional) e exigível a longo prazo (obrigações vencíveis a prazo superior a um ano ou superiores ao ciclo operacional da empresa). O patrimônio líquido não é um passível exigível, não possui "prazo de vencimento". Portanto, a "duration" ou duração do patrimônio líquido é nula. Podemos dizer, então, que, estando a carteira imunizada, o patrimônio líquido não será afetado pelas variações nas taxas de juros.

Já havíamos mencionado que a duração do passivo (D_p) será igual à soma ponderada das durações das obrigações (D_o) e do patrimônio líquido (D_{PL}). Isso quer dizer que:

$$D_p = D_o \times K_o + D_{PL} \times K_{PL}$$

Entretanto, como $D_{PL} = 0$, podemos simplificar a fórmula para:

$$D_p = D_o \times K_o$$

Nessa fórmula, temos que K_O representa a parcela do passivo referente às obrigações. Ela é calculada da seguinte maneira:

$$K = \text{Obrigações/Passivo}$$

A K_O damos o nome de alavancagem financeira. Ela indica a fração do investimento financiada através de capital de terceiros.

Então, temos que a duração do passivo será dada pela duração do total das obrigações ponderadas pelo seu peso no total do passivo.

Uma vez que para imunizar a carteira a duração dos ativos e passivos devem ser iguais, temos que:

$$D_A = D_O \times K$$

Agora que já sabemos como se apresenta uma carteira imunizada, vamos demonstrar como fazer com que uma carteira com diferentes durações torne-se uma carteira imunizada.

Temos, no caso proposto, que a duração do ativo é de 132 enquanto a duração das obrigações é de 25 (portanto, se ocorrer uma mudança nas taxas de juros o efeito será diferente no ativo e no passivo). Além disso, sabemos também que $K = 7/8$ ($K = \text{Obrigações} / \text{Passivo} = \$70.000/\$80.000$). Claramente notamos que são durações diferentes. Como fazer, então, para que as durações sejam iguais?

Existem três maneiras de fazer isso:

- ◆ Alterando-se a composição do ativo;
- ◆ Alterando-se a composição do passivo;
- ◆ Alterando-se a alavancagem financeira (k).

Iremos simular, então, como cada um desses três processos pode ser realizado:

1. Imunização através da alteração do ativo

Antes de alterar a composição do ativo, devemos saber qual será o novo valor da duração do ativo que queremos chegar. Para isso, basta inserirmos os dados que possuímos na equação da imunização:

$$D_{\text{ATIVO}} = D_{\text{PASSIVO}}$$

$$D_P = D_O \times K_O$$

$$D_A = 25 \times 7/8 = 21,875$$

Já sabemos, então, que devemos alterar a composição do ativo de modo que ele apresente uma duração igual a 21,875 e não mais igual a 132.

Essa alteração será feita através da inserção de outros títulos nessa carteira. Considere que, no mercado, existam títulos T1 com duração igual a 12 ou títulos T2 com duração igual a 156. Intuitivamente, sabemos que, se queremos diminuir a duração do ativo de 132 para 21,875, iremos inserir títulos com durações menores. Portanto, a opção será inserir uma determinada quantidade de títulos T1 no ativo.

Agora, só nos resta determinar qual fração do total do ativo será composta por esses novos títulos T1 e qual fração continuará sendo composta pela Aplicação 1.

Essa fração poderá ser facilmente calculada se lembrarmos do que foi dito anteriormente: o passivo é composto por obrigações e Patrimônio Líquido. Uma vez que eles apresentavam durações de diferente valor, a duração do passivo seria igual à soma ponderada dessas duas durações, ou seja, levando-se em consideração o “peso” do patrimônio líquido e das obrigações no passivo total.

Analogamente, podemos determinar que a duração do ativo será a soma ponderada das durações dos diferentes títulos que o compõem. Se nosso novo ativo será formado em parte pela Aplicação 1 e em parte por títulos T1, podemos dizer que:

$$D_A = D_{A1} \times K_{A1} + D_{T1} \times K_{T1}$$

Antes de efetuarmos os cálculos, podemos dizer que :

$$K_{A1} + K_{T1} = 1$$

Daí, temos que:

$$21,875 = 132 \times K_{A1} + 12 \times (1 - K_{A1})$$

O que resulta numa nova composição da carteira :

$$K_{A1} = 0,0823 \text{ e } K_{T1} = 0,9177$$

Portanto, com um ativo composto de 8,23% de Aplicação 1 e 91,77% de Títulos 1, a carteira estará imunizada.

2. Imunização através da alteração do passivo:

Nessa etapa, iremos calcular qual será a duração requerida para as obrigações (já que a duração do patrimônio líquido é nula) de modo a imunizar a carteira. Seguindo o mesmo raciocínio que fizemos anteriormente, temos que:

$$D_P = D_O \times K_O$$

$$132 = D_O \times 7/8$$

Já sabemos que a duração do passivo deve ser igual à duração do ativo, que no caso é de 132. Entretanto, esse número não é o que realmente nos interessa, uma vez que a única forma de alterarmos a composição do passivo é alterando a composição das

obrigações (lembre-se que o patrimônio líquido é o valor contábil pertencente aos acionistas ou sócios e possui duração nula). Então, a nova duração das obrigações será, seguindo os cálculos acima efetuados, de 150, 85.

Esse será o valor da nossa meta. Para isso, iremos variar a composição das obrigações de modo a alcançar o valor de 150,85 para a duração. Novamente, podemos deduzir que, se possuímos apenas os títulos T1 e T2 no mercado, devemos optar por aquele que faça com o que o valor da duração cresça, já que, no momento, ela é de 25. Optaremos, portanto, pelo título T2, cuja duração é de 156.

Já sabendo que iremos introduzir títulos T2 nas obrigações da empresa, nos resta apenas determinar qual o percentual de títulos que iremos utilizar em conjunto com a captação 1 (que hoje representa 100% das obrigações). Para tanto, recorreremos, mais uma vez, ao conceito que nos foi mostrado anteriormente, de que a duração das obrigações será igual à soma ponderada das duração dos títulos que as compõem. Cujas fórmula será :

$$D_o = D_{cap1} \times K_{cap1} + D_{T2} \times K_{T2}$$

Antes de efetuarmos os cálculos, podemos dizer que:

$$K_{cap1} + K_{T2} = 1$$

Substituindo a segunda equação na primeira, temos que:

$$D_o = D_{cap1} \times K_{cap1} + D_{T2} \times (1 - K_{cap1})$$

Agora é só inserir os valores:

$$150,85 = 25 \times K_{cap1} + 156 \times (1 - K_{cap1})$$

O que resulta, finalmente, nos seguintes pesos:

$$K_{cap1} = 0,0393 \text{ e } K_{T2} = 0,9607$$

Concluimos que, para imunizar a carteira **alterando-se o passivo**, devemos compô-la de 3,93% de captação 1 e 96,07% de títulos T2.

3. Imunização através da alteração da alavancagem:

A última maneira demonstrada para imunizar a carteira, será mantendo-se fixas as durations dos ativos e das obrigações e alterando-se K, ou seja, a alavancagem financeira. Com isso, descobriremos qual deve ser o percentual de obrigações e patrimônio líquido que deverão compor o passivo.

Utilizando-se da mesma equação para a imunização, temos que:

$$D_A = D_o \times K$$

Ao substituir, nessa fórmula, os valores referentes às durações de ativos e obrigações, iremos encontrar:

$$132 = 25 \times K$$

Vamos chegar assim a um valor para a alavancagem de 5,28. Se nos lembrarmos que alavancagem significa, simplesmente, a fração do passivo composta por obrigações, chegaremos à conclusão de que nossa carteira não pode ser imunizada através da alteração da alavancagem. Isso porque se $K=1$, o passivo da empresa será totalmente composto por capital de terceiros, o que é inviável. Portanto, valores acima de 1 ou abaixo de 0, mostram que a carteira não pode ser imunizada através da alteração de k.

Consideremos então, uma nova carteira, de modo que possamos visualizar como é feita a imunização através da alteração da alavancagem. Para tal propósito, iremos utilizar a seguinte carteira:

Ativo	Passivo
Aplicação 1 = 50.000	Captção 1 = 40.000
Duration = 72	Duration = 140
	Patrimônio = 10.000

Para iniciar nosso processo de imunização, vamos recalcular k:

$$72 = 140 \times K$$

Nosso novo K será, então, de 0,5143. Esse é um valor razoável e indica que, para a carteira estar imunizada ela deve possuir um k de valor igual a 0,5143. Entretanto, atualmente, o k dessa carteira apresenta um valor diferente desse. Como saber qual é o verdadeiro k da carteira? Para isso, não podemos perder de vista o verdadeiro conceito de alavancagem financeira: **ela representa a fração do passivo da empresa que é composta por obrigações**. No caso desse exemplo, nosso k atual é de:

$$\frac{\text{Captação 1}}{\text{Captação + Patrimônio}}$$

$$\frac{40.000}{50.000} = 0,8$$

Portanto, se nossa alavancagem atual é de 0,8, devemos reduzi-la de tal forma que ela passe a ser igual a 0,5143.

Como reduzir a alavancagem?

A única maneira de fazê-lo, seria subtraindo um determinado valor das obrigações e, por consequência, do total do passivo (e do ativo).

Consideremos um valor igual a x. Na fórmula, isso ficaria igual a :

$$\frac{40.000 - x}{50.000 - x} = 0,5143$$

Resolvendo os cálculos, o valor a ser subtraído será de 29.411,76. Nossa nova carteira deverá ser, então, composta por:

Ativo	Passivo
Aplicação 1 = 20.588,24	Captação 1 = 10.588,24
Duration = 72	Duration = 140
	Patrimônio = 10.000

Conclusão

Como vimos, o conceito de duração é de grande utilidade na administração do risco associado à mudança na taxa de juros. Neste **Up-To-Date®** mostramos apenas algumas técnicas. Existem outras técnicas que utilizam contratos futuros de taxas de juros mas que também necessitam do conceito de duração para serem utilizadas. A nossa intenção não foi a de esgotar o assunto, mas fornecer aos assinantes do **Up-To-Date®** a oportunidade de conhecer os conceitos básicos e a utilização deste importante instrumento na administração financeira.