

# DURATION - AVALIANDO O RISCO DE MUDANÇA NAS TAXAS DE JUROS

## PARTE II



- ✓ *Qual a origem do conceito de duração?*
- ✓ *Como calcular a duração?*
- ✓ *Quais as limitações do cálculo da duração?*
- ✓ *Como estimar a variação do preço através da duração?*

**Autores: Francisco Cavalcante(f\_c\_a@uol.com.br)**

- Administrador de Empresas graduado pela EAESP/FGV.
- É Sócio-Diretor da Cavalcante & Associados, empresa especializada na elaboração de sistemas financeiros nas áreas de projeções financeiras, preços, fluxo de caixa e avaliação de projetos.

**Paulo Dragaud Zeppelini(f\_c\_a@uol.com.br)**

- Administrador de Empresas com MBA em finanças pelo Instituto Brasileiro de Mercado de Capitais - IBMEC.
- Executivo financeiro com carreira desenvolvida em instituições financeiras do segmento de mercado de capitais. Atualmente é consultor da Cavalcante & Associados, empresa especializada na elaboração de sistemas financeiros nas áreas de projeções financeiras, preços, fluxo de caixa e avaliação de projetos.

**Cristiane Ribeiro Perini(f\_c\_a@uol.com.br)**

- Estudante de Administração de Empresas da FGV – Fundação Getúlio Vargas.

## ÍNDICE

	PÁG
◆ APRESENTAÇÃO	03
◆ A ORIGEM DO CONCEITO DE DURAÇÃO	04
◆ COMO CALCULAR A DURAÇÃO	06
◆ FALHAS NA DURAÇÃO	10
◆ COMO ESTIMAR A VARIAÇÃO DO PREÇO ATRAVÉS DA DURAÇÃO	12

## APRESENTAÇÃO

*"No Up-To-Date® 130 fizemos algumas simulações para mostrar o efeito da variação na taxa de juros nos preços de um ativo. Mais especificamente, em um ativo de renda fixa. O conceito que nos ajudará a entender o efeito de variações nas taxas de juros nos preços dos ativos de renda fixa é o conceito de "duration".*

*O conceito de "duration", que podemos traduzir para duração, é uma forma de cálculo do prazo médio de um fluxo de caixa que procura levar em conta o valor do dinheiro no tempo.*

*O prazo médio de um fluxo de caixa é um indicador desejado pelos executivos que trabalham nas tesourarias de empresas e bancos. Por exemplo, é comum a necessidade de se conhecer o prazo médio de recebimento de nossas duplicatas ou o prazo médio de um determinado endividamento.*

*Portanto, a "duration" ou duração é um conceito fundamental na gestão de riscos de ativos de renda fixa. Não só como técnica de mensuração de variações em preços mas como metodologia de gestão de riscos".*

## A ORIGEM DO CONCEITO DE DURAÇÃO

Antes de mostrarmos efetivamente a definição de "duration", achamos interessante fazer um breve relato histórico do seu surgimento para o leitor do **Up-To-Date®**.

O conceito de "duration" surgiu no mercado no ano de 1938 com a publicação de um artigo de Frederick Macaulay. O Sr. Macaulay trabalhava em uma companhia de seguros como atuário e, com este novo conceito, pretendia apenas auxiliar essas companhias a organizar seus fluxos de caixa. Entretanto, empregou seu método em títulos da companhia. Macaulay foi capaz de definir o montante e a frequência de pagamento desses títulos a fim de minimizar perdas com variações na taxa de juros. Com ele, também é possível calcular de que forma o retorno e o prazo de vencimento de cada fluxo irá influenciar na "dimensão total" do título.

Dessa forma, Frederick Macaulay criou um método bastante eficaz de calcular o prazo médio de recebimento (ou pagamento) de um título (ou uma obrigação). O prazo médio é um valor ponderado, calculado através da ponderação do prazo de vencimento de cada pagamento pelo seu valor presente. Após sua descoberta em 1938, o conceito de duração permaneceu "esquecido" por alguns anos.

A partir da publicação do artigo de Macaulay, percebe-se de que forma o prazo de vencimento de um título é importante quando ocorrem variações nas taxas de juros. Entretanto, o prazo de vencimento por si só não é capaz de representar o comportamento de um título. Nos anos 70, o conceito foi "redescoberto" e transformou-se em uma das ferramentas mais utilizadas para administração de títulos de renda fixa.

Mais recentemente foram desenvolvidos outros métodos para a utilização em conjunto com a duração como a "convexity" e a "modified duration". Esses novos métodos pretendem reduzir a taxa de erro absoluto proveniente do uso da duração isoladamente. Ou seja, quando analisamos uma carteira de títulos ou mesmo um título isoladamente com base na duração, a chance de erro será minimizada com o uso desses outros métodos.

Vários autores continuam abordando o tema duração e prosseguem pesquisando seus conceitos mais atuais. Como destaque vamos citar o professor Frank J. Fabozzi da Universidade de Yale nos Estados Unidos cujos livros e pesquisas são de extrema importância para o desenvolvimento do conceito de duração.

Já mostramos anteriormente que os títulos de renda fixa apresentam variações de preço de acordo com o seu cupom e taxa de juros. Além disto, os títulos de longo prazo sofrem mais ainda o efeito da taxa de juros no seu preço.

Agora, vamos mostrar como se calcula a duração e os efeitos das variações citadas no cálculo da duração.

## COMO CALCULAR A DURAÇÃO

Como exemplo, vamos considerar um título com prazo de seis anos, preço de \$1.000 e cupom de 20%. A taxa de juros hoje é de 20%.

O cálculo da duração pode ser seguido em quatro passos:

- Calcular o valor presente de cada fluxo de pagamento descontando o valor à taxa de mercado;
- Dividir cada valor encontrado pelo valor presente do título, encontrando o peso de cada pagamento ou "relative value";
- Multiplicar o peso de cada pagamento ou "relative value" pelo período correspondente;
- Repetir os passos anteriores para cada pagamento e somá-los. O valor encontrado representa, em períodos, a "duration" ou duração.

A tabela a seguir exemplifica os cálculos citados. O valor presente dos pagamentos, descontados pela taxa de 20%, estão na coluna VP. A coluna VR mostra o peso ou "relative value" para cada pagamento. A quinta coluna  $T*VR$  multiplica cada um dos pesos pelo período correspondente. A soma dos valores desta coluna fornece a duração. No nosso caso a duração é de 3,99061.

Tempo (T)	Fluxo	VP	VR	T*VR
1	200,00	166,67	0,16667	0,16667
2	200,00	138,89	0,13889	0,27778
3	200,00	115,74	0,11574	0,34722
4	200,00	96,45	0,09645	0,38580
5	200,00	80,38	0,08038	0,40188
6	1.200,00	401,88	0,40188	2,41127
<b>TOTAL</b>		1.000	1,00000	<b>3,99061</b>

Vamos mostrar agora cada cálculo detalhadamente.

❖ Primeira Linha

Tempo (T)	Fluxo	VP	VR	T*VR
1	200,00	166,67	0,16667	0,16667

- Tempo (T) é o primeiro fluxo.
- O título paga juros (cupom) de 20%. Portanto o primeiro fluxo será de \$200 = \$1000 \* 20%.
- Na coluna VP descontamos o fluxo a valor presente.  $\$200/1,20 = \$166,67$ .
- Na coluna VR calculamos o peso de cada fluxo dividindo o valor presente do fluxo pelo preço do título (valor presente) no momento da compra.  $\$166,67/\$1.000 = 0,16667$ .
- Finalmente, na última coluna (T\*VR), multiplicamos os valores relativos pelo período correspondente.  $0,16667 * 1 = 0,16667$ .
- Repetimos estes procedimentos para todos os fluxos. A soma da coluna T\*VR fornece a duração.

Observações importantes:

- Não se esqueça de considerar o valor do principal no último período. Repare que no período 6 o valor do fluxo será \$1.200 ou  $\$1.000 + \$200 = \$1.200$ .
- Existem outras maneiras de se calcular o prazo médio de vencimento de uma obrigação. Nesse caso ponderamos o prazo de vencimento de cada pagamento pelo valor presente do pagamento (coluna T\*VR) e descobrimos que o prazo efetivo de vencimento do título é 3,9906 anos. A "duration" ou duração é o nome usado para denominar esse prazo efetivo.
- Repare que a duração é medida em unidades de tempo.
- Um título que não paga juros intermediários ao seu portador (zero cupom), tem duração igual ao prazo de vencimento, ou sua maturity. Portanto, o que a duração faz é considerar os pagamentos intermediários no cálculo da exposição ao risco de variações nas taxas de juros.
- Existem divergências entre autores em relação ao modelo de capitalização empregado no cálculo da duração. John Hull, utiliza a capitalização contínua, enquanto Gittman e Fabozzi utilizam a capitalização simples.
- A título de ilustração vamos mostrar outra forma de cálculo da duração.

<b>Tempo</b>	<b>Fluxo</b>	<b>VP</b>	<b>T*VP</b>
<b>1</b>	200,00	166,67	166,67
<b>2</b>	200,00	138,89	277,78
<b>3</b>	200,00	115,74	347,22
<b>4</b>	200,00	96,45	385,80
<b>5</b>	200,00	80,38	401,88
<b>6</b>	1.200,00	401,88	2411,27
<b>TOTAL</b>		1000	3990,61
<b>Duration</b>	3,99061 = 3.990,61/1.000		



- Neste caso, ao invés de calcularmos os pesos, fizemos a ponderação diretamente multiplicando o valor presente pelo período correspondente. A divisão do total da coluna T\*VP (3.990,61) pelo total da coluna VP (1.000) fornece a duração.

## FALHAS NA DURAÇÃO

Já mostramos que a duração é uma ferramenta fundamental para medir a exposição a flutuações nas taxas de juros. Entretanto, não podemos nos esquecer das restrições que estão presentes na elaboração do conceito de duração.

- A duração considera que a taxa do cupom e a taxa de juros são constantes ao longo do período considerado. Isto significa que, para qualquer prazo, a taxa de juros é a mesma .
- A duração considera que todas as taxas de juros mudam pela mesma quantia. Isto significa que são possíveis apenas deslocamentos paralelos na estrutura das taxas de juro no tempo, ou seja, variações de mesma proporção para diferentes prazos de vencimento. Dizendo de outro modo, a duração só consegue medir variações nas taxas de juros que sejam iguais e na mesma direção ao longo da curva de juros. Na prática, as taxas de juros de curto prazo são mais voláteis que as de longo prazo.
- A duração só é válida para mudanças mínimas nas taxas de juros. Quando ocorrem mudanças grandes nas taxas, um fator conhecido como **convexidade** (curvatura) torna-se importante. Ou seja, quando ocorrem grandes choques nas taxas, é preciso usar instrumentos mais eficazes para avaliar o comportamento do título. Neste **Up-To-Date®** não vamos falar a respeito da convexidade. Entretanto, seu conceito é quase tão necessário quanto o de duração. Para os leitores que

quiserem pesquisar o assunto falaremos apenas que a duração é uma exposição linear ao risco e, por isso, é válida apenas para pequenas mudanças . Quando ocorrem grandes mudanças nos rendimentos são necessários melhores medidas para captar o efeito sobre o preço dos ativos como a convexidade . A convexidade descreve a maneira como a duração muda em relação a uma mudança nas taxas. Ela é obtida com a segunda derivada da equação que representa o preço de um título como o valor presente dos fluxos de caixa. A primeira derivada é a duração e a segunda derivada é a convexidade. Em outras palavras, através da convexidade conseguimos encontrar o valor aproximado de mudança no preço de um título que não é explicado pela duração.

- Encontramos as seguintes estimativas em livros especializados: por exemplo, para um aumento de 2% no rendimento, o erro de estimação do preço cometido pela duração é de 165 pontos base ou 1,65%. Quando as taxas caem 2% o erro é de 74 pontos base ou 0,74%. Quando a duração e a convexidade são usadas em conjunto, o preço estimado está bem mais ajustado a uma mudança nas taxas. Quando as taxas aumentam 2% o erro o é de 0,47% ou 47 pontos base. Quando as taxas caem 2% o erro é de 0,46% ou 46 pontos base.
- É bom repetir que a partir do conceito de duração de Macaulay foram desenvolvidos outros conceitos importantes para a redução do risco de erro na duração. O conceito de convexidade, explicado acima, é um desses conceitos.

## COMO ESTIMAR A VARIAÇÃO DO PREÇO ATRAVÉS DA DURAÇÃO

Já mostramos várias vezes neste trabalho que a duração calcula a média ponderada do tempo que um investidor deve esperar até receber os pagamentos, com o peso de determinado pagamento proporcional a seu valor atual.

Esta é uma definição que muitos autores chamam de definição matemática da duração.

Outra maneira de se conceituar duração é usando uma definição econômica. Usando esta definição podemos afirmar que a duração é a elasticidade do preço de um título de renda fixa em relação à correção pela taxa de juros. Esta é uma definição que o leitor do **Up-To-Date®** vai encontrar com frequência nos livros especializados.

**Duração é a variação percentual aproximada de preço para pequenas variações nas taxas de juros**

A partir deste conceito pode-se deduzir uma fórmula que pode ser usada como instrumento para estimativa do preço através da duração.

$$\text{Variação do Preço} = \frac{-\text{Duração}}{(1 + \text{Taxa})} \times \text{Variação da Taxa}$$

$$\text{Variação do Preço} = - \text{Duração} / (1 + \text{Taxa}) \times \text{Variação da Taxa}$$

No entanto, lembre-se que a duração não é confiável para variações mais significativas no rendimento de um título já que assume uma relação linear entre o preço e o rendimento.

A partir desta fórmula pode-se quantificar de forma aproximada uma perda em dinheiro com a duração.

Multiplicamos o valor da carteira pela duração dividida por  $(1 + \text{Taxa})$  e pela mudança na taxa de juros.

Neste momento, vamos aproveitar para introduzir um novo conceito. Os especialistas chamam a relação **Duração /  $(1 + \text{Taxa})$**  de "Modified Duration" ou duração modificada.

$$\text{Duração Modificada} = \frac{\text{Duração}}{(1 + \text{Taxa})}$$

Fazendo esta modificação a expressão anterior vai assumir o seguinte formato:

$$\text{Variação do Preço} = - \text{Duração Modificada} \times \text{Variação da Taxa}$$

$$\text{Variação do Preço} = - \text{Duração Modificada} \times \text{Variação da Taxa}$$

Por exemplo, imagine que um fundo aplicou US\$ 1,5 Bilhão em títulos com duração média de 6 anos e as taxas de juros aumentaram de 20% para 20,2%. Qual a variação de preço da carteira provocada pela mudança na taxa de juros?

O resultado será:

$$\text{Duração Modificada} = \frac{\text{Duração}}{(1 + \text{Taxa})}$$

$$\text{Duração Modificada} = \frac{6}{(1 + 0,20)}$$

$$\text{Duração Modificada} = 5$$

$$\text{Variação do Preço} = - \text{Duração Modificada} \times \text{Variação da Taxa}$$

$$\text{Variação do Preço} = - 5 \times 0,20\%$$

$$\text{Variação do Preço} = -1\%$$

Perda em dólares = valor em dólares x variação do preço.

Perda em dólares = US\$ 1,5 Bilhão x 1%

Perda em dólares = US\$ 15 milhões.

Portanto, conhecendo a duração, os profissionais de tesouraria podem estimar rapidamente os efeitos de uma mudança das taxas nas suas carteiras.

Vamos fazer mais um exemplo considerando o mesmo exercício usado para explicar o cálculo da duração.

Os dados são: principal \$1.000, taxa do cupom 20%, período 6 anos, taxa de juros hoje 20%.

Tempo (T)	Fluxo	VP	VR	P*VR
1	200,00	166,67	0,16667	0,16667
2	200,00	138,89	0,13889	0,27778
3	200,00	115,74	0,11574	0,34722
4	200,00	96,45	0,09645	0,38580
5	200,00	80,38	0,08038	0,40188
6	1.200,00	401,88	0,40188	2,41127
<b>TOTAL</b>		1.000	1,00000	<b>3,99061</b>
<b>Duração Modificada</b>				<b>3,3255</b>

O que queremos saber é: o que acontecerá com o título se a taxa de juros subir 0,20%?

A queda estimada seria de:

Perda = valor do título x (- duração modificada) x mudança na taxa

Perda = \$1.000 x 3,3255 x 0,20%

Perda = \$6,65

Perda % = \$6,65/\$1.000 = 0,665%

Portanto o valor **estimado** do título seria de \$1000 - \$6,65 = \$993,34

Também podemos calcular diretamente a variação percentual:

Perda % = (- duração modificada) x mudança na taxa

Perda % = -3,3255 x 0,20% = -0,665%

Valor do título após a mudança na taxa = \$1.000 - 0,665% = \$993,34

Agora vamos calcular o fluxo de caixa real e verificar de quanto foi a perda.

Tempo (T)	Fluxo	VP	VR	P*VR
1	200,00	166,39	0,16639	0,16639
2	200,00	138,43	0,13843	0,27685
3	200,00	115,16	0,11516	0,34549
4	200,00	95,81	0,09581	0,38324
5	200,00	79,71	0,07971	0,39855
6	1.200,00	397,88	0,39788	2,38729
<b>TOTAL</b>		<b>993,3819</b>	<b>0,99338</b>	<b>3,95781</b>

Refazendo o fluxo de caixa e descontando pela nova taxa de 20,2% percebemos que o valor do título agora é de \$993,38. Ou seja, perdeu \$ 6,61(\$1.000 - \$993,38) ou -0,66% (\$6,61/\$1.000) do valor inicial.

Finalmente, vamos calcular de quanto foi o erro neste caso.

Erro = Preço real - Preço estimado

Erro = \$993,38 - \$993,34

Erro = \$0,04

Erro % = \$0,04 / \$1000 = 0,004%.

Para finalizar, fizemos uma simulação para várias mudanças na taxa conforme mostrado na tabela abaixo. Deixamos para o leitor do **Up-To-Date®** a tarefa de avaliar a tabela.

No próximo **Up-To-Date®** vamos finalizar este assunto explicando melhor a Duração Modificada e mostrando algumas aplicações práticas do conceito de duração.



Taxas de Juros		Calculos Reais			Cálculos Estimados			Erro	
Taxa	Varição	Preço	Var preço	%	-D*Var	Var Preço	Preço	Preço	%
20,00%		1000,0000							
20,10%	0,10%	996,6827	-3,3173	-0,33%	0,3326%	3,32551	996,6745	0,0082	0,0008%
20,20%	0,20%	993,3819	-6,6181	-0,66%	0,6651%	6,65102	993,3490	0,0329	0,0033%
20,30%	0,30%	990,0973	-9,9027	-0,99%	0,9977%	9,97653	990,0235	0,0738	0,0074%
20,40%	0,40%	986,8290	-13,1710	-1,32%	1,3302%	13,30204	986,6980	0,1310	0,0131%
20,50%	0,50%	983,5667	-16,4333	-1,64%	1,6628%	16,62755	983,3724	0,1943	0,0194%
20,60%	0,60%	980,3405	-19,6595	-1,97%	1,9953%	19,95306	980,0469	0,2936	0,0294%
20,70%	0,70%	977,1202	-22,8798	-2,29%	2,3279%	23,27857	976,7214	0,3988	0,0399%
20,80%	0,80%	973,9157	-26,0843	-2,61%	2,6604%	26,60408	973,3959	0,5198	0,0520%
20,90%	0,90%	970,7270	-29,2730	-2,93%	2,9930%	29,92959	970,0704	0,6566	0,0657%
21,00%	1,00%	967,5538	-32,4462	-3,24%	3,3255%	33,2551	966,7449	0,8089	0,0809%
25,00%	5,00%	852,4288	-147,5712	-14,76%	16,6276%	166,2755	833,7245	18,7043	1,8704%